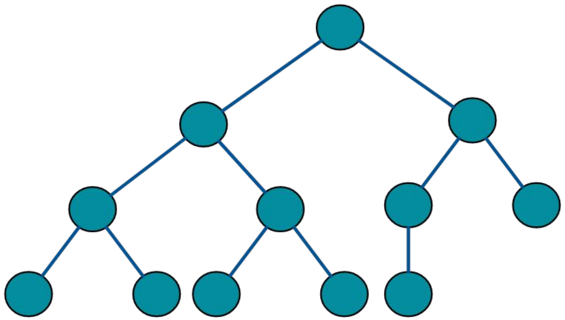
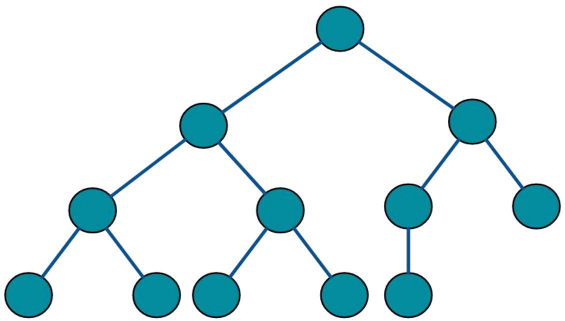
Graphes Universels Isométriques



Edgar Baucher, François Dross, Cyril Gavoille
LaBRI, Université de Bordeaux

GUI

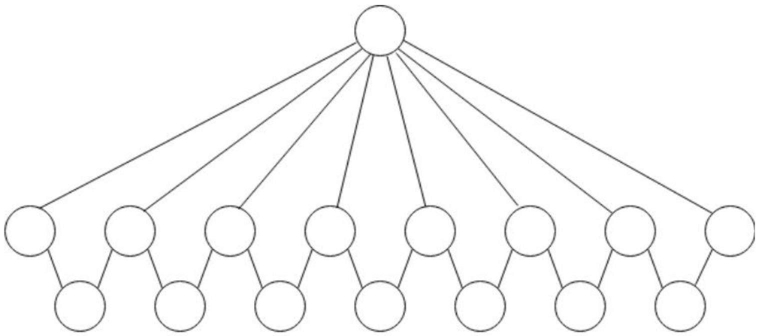
(Graphes Universels Isométriques)



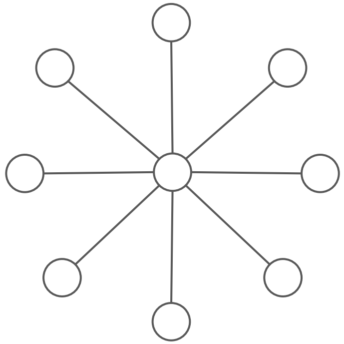
Edgar Baucher, François Dross, Cyril Gavoille
LaBRI, Université de Bordeaux

Définitions

H est un **sous-graphe isométrique** de G s'il se projette en tant que sous-graphe de G en conservant les distances entre ses sommets.



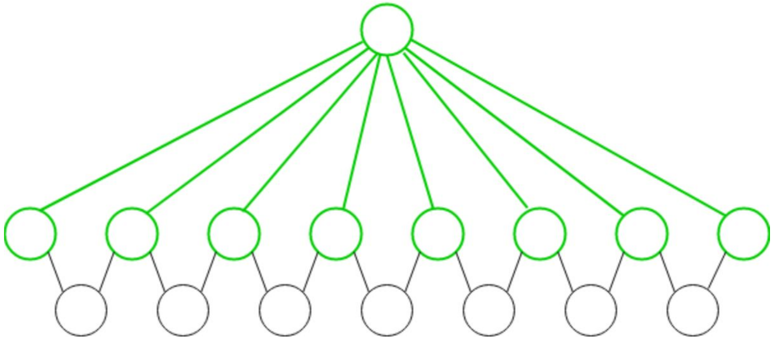
G



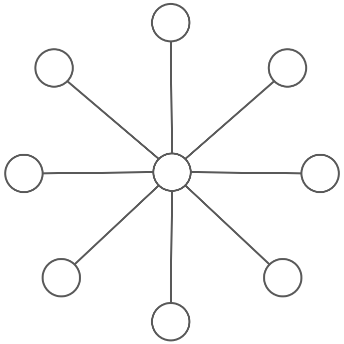
H

Définitions

H est un **sous-graphe isométrique** de G s'il se projette en tant que sous-graphe de G en conservant les distances entre ses sommets.



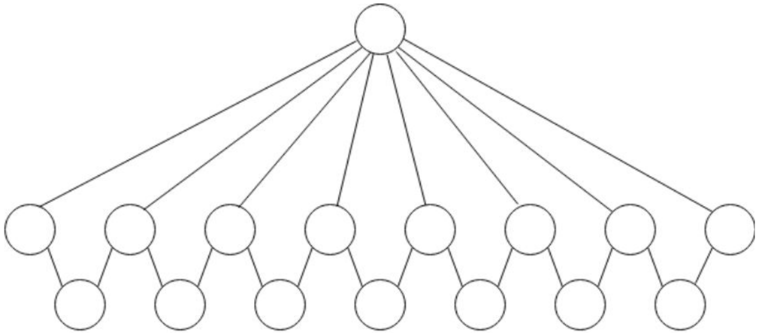
G



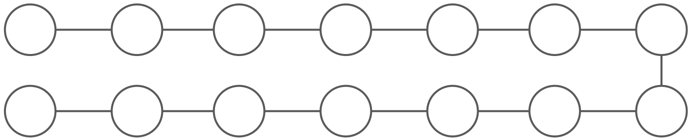
H

Définitions

H est un **sous-graphe isométrique** de G s'il se projette en tant que sous-graphe de G en conservant les distances entre ses sommets.



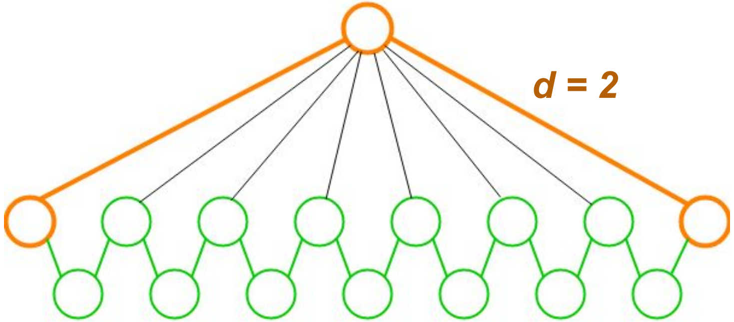
G



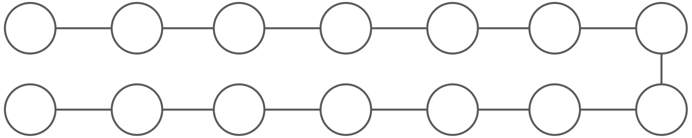
H

Définitions

H est un **sous-graphe isométrique** de G s'il se projette en tant que sous-graphe de G en conservant les distances entre ses sommets.



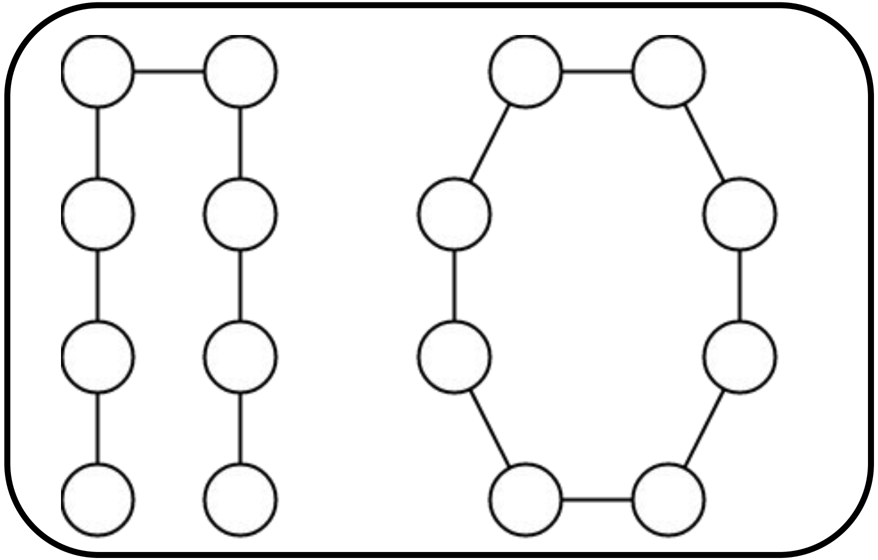
G



H

Définitions

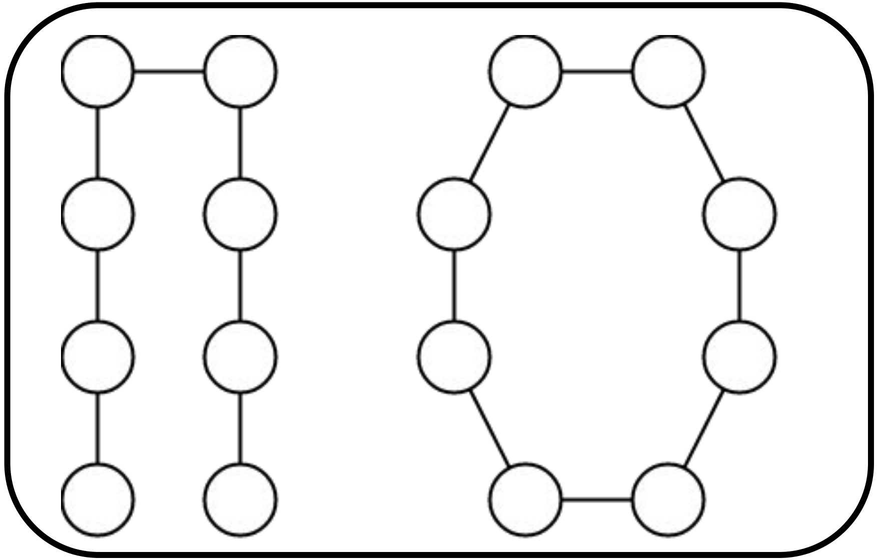
Un graphe U est un **graphe universel isométrique** pour une famille de graphes F s'il contient tous les graphes de F en tant que sous-graphe isométrique.



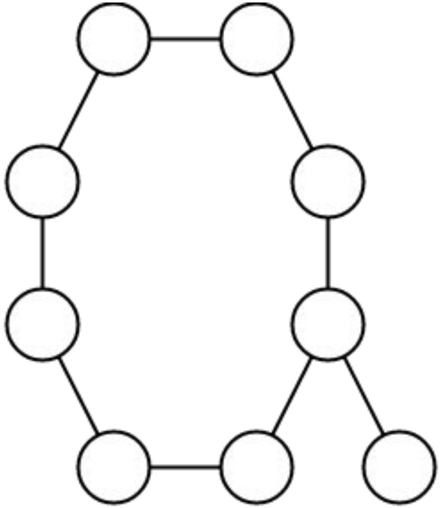
F

Définitions

Un graphe U est un **graphe universel isométrique** pour une famille de graphes F s'il contient tous les graphes de F en tant que sous-graphe isométrique.

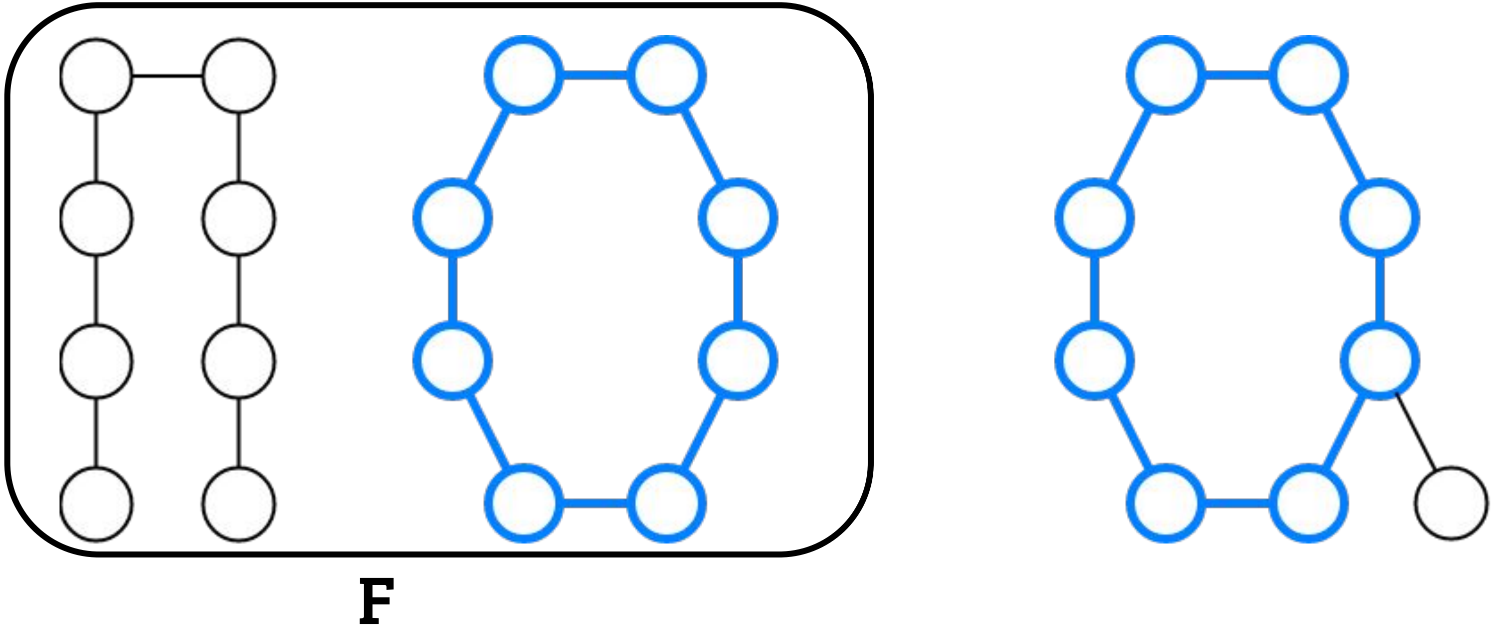


F



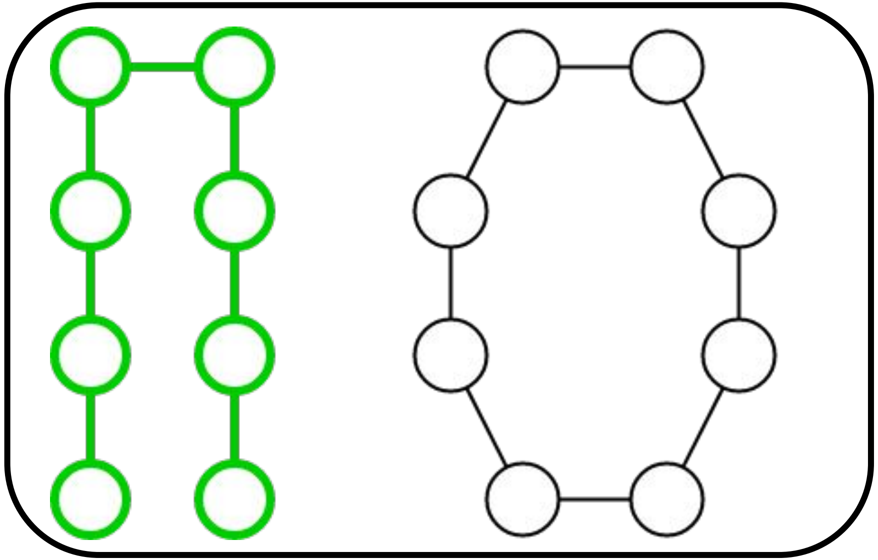
Définitions

Un graphe U est un **graphe universel isométrique** pour une famille de graphes F s'il contient tous les graphes de F en tant que sous-graphe isométrique.

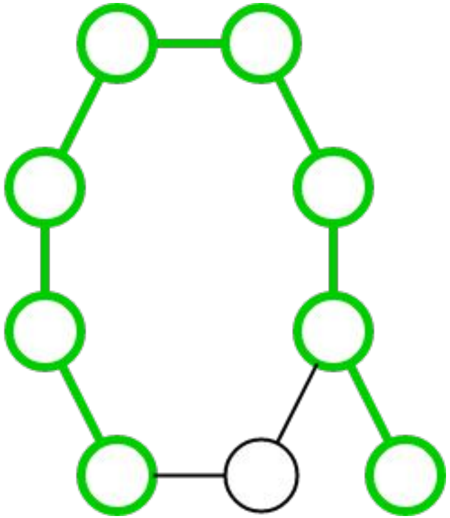


Définitions

Un graphe U est un **graphe universel isométrique** pour une famille de graphes F s'il contient tous les graphes de F en tant que sous-graphe isométrique.

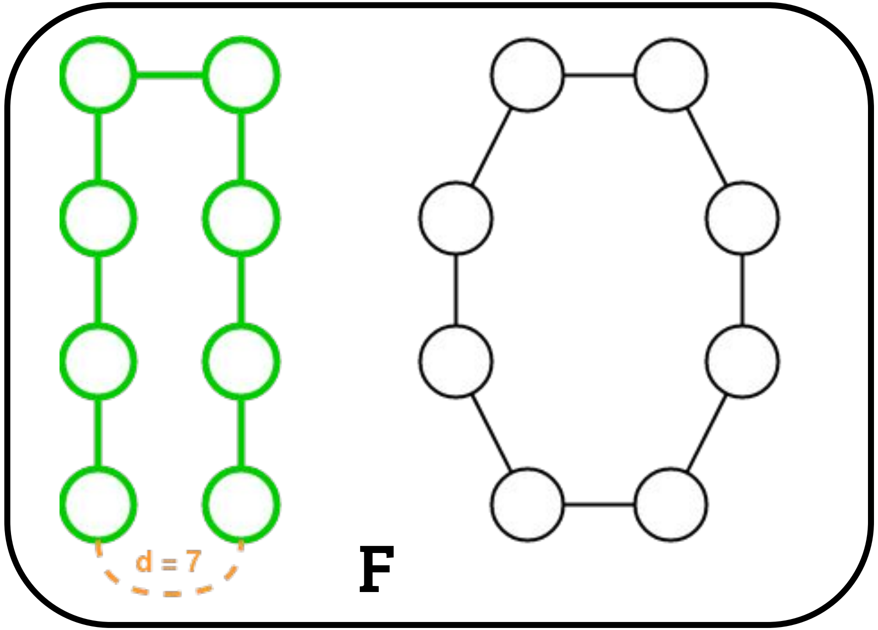


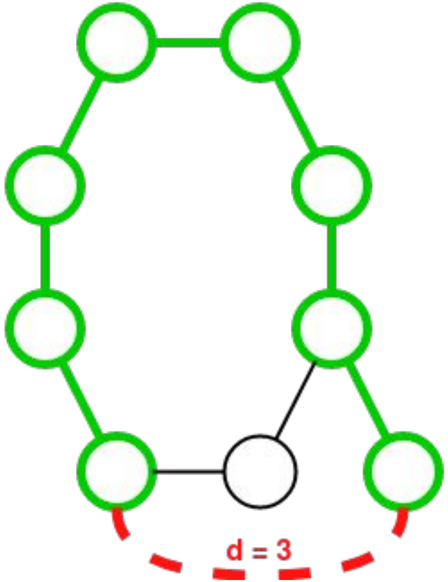
F



Définitions

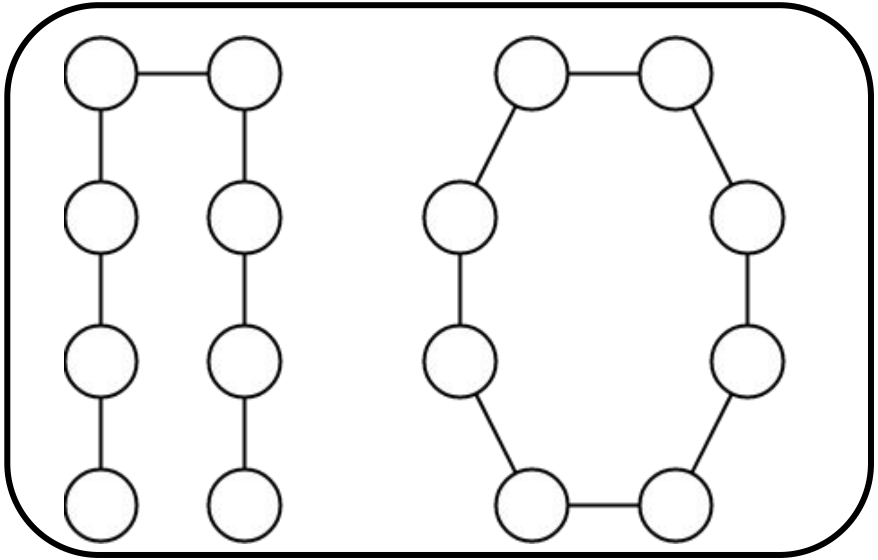
Un graphe U est un **graphe universel isométrique** pour une famille de graphes F s'il contient tous les graphes de F en tant que sous-graphe isométrique.



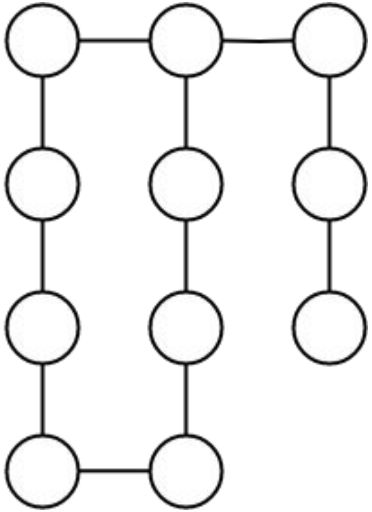


Définitions

Un graphe U est un **graphe universel isométrique** pour une famille de graphes F s'il contient tous les graphes de F en tant que sous-graphe isométrique.

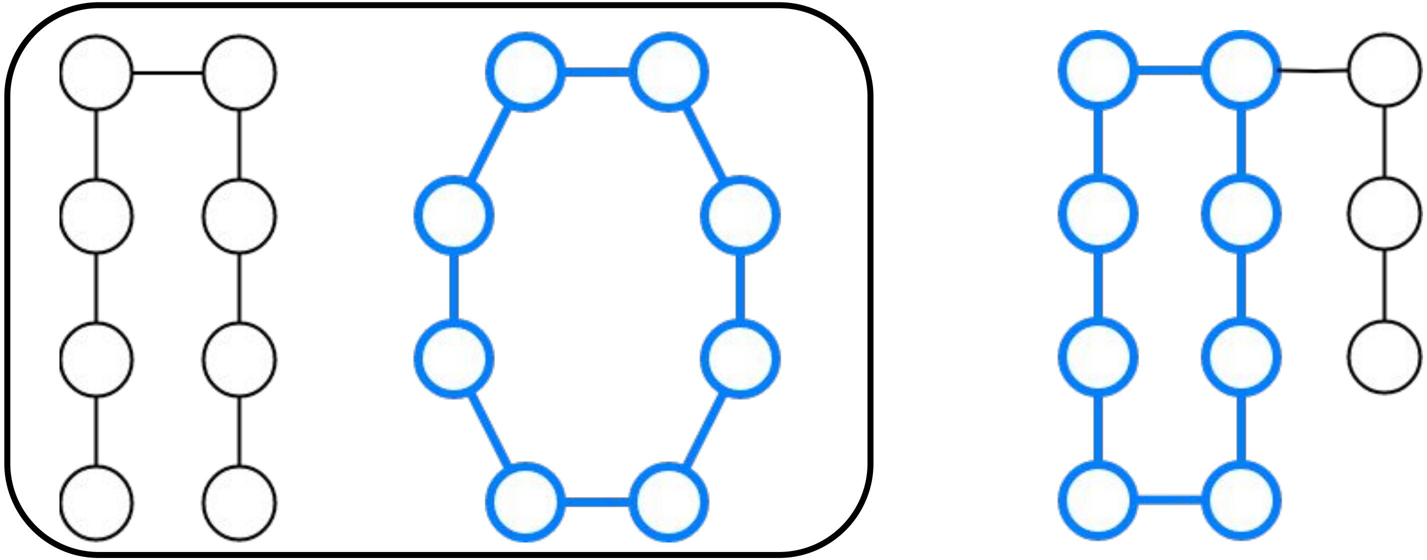


F



Définitions

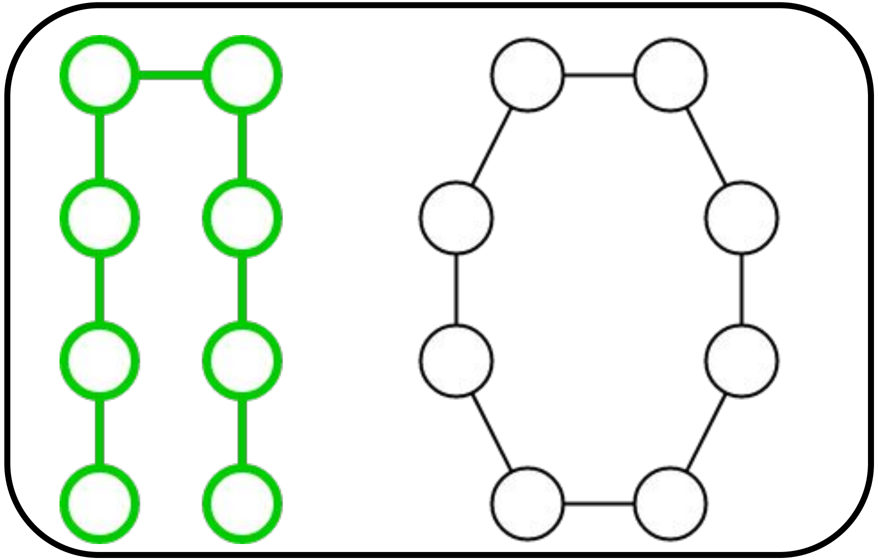
Un graphe U est un **graphe universel isométrique** pour une famille de graphes F s'il contient tous les graphes de F en tant que sous-graphe isométrique.



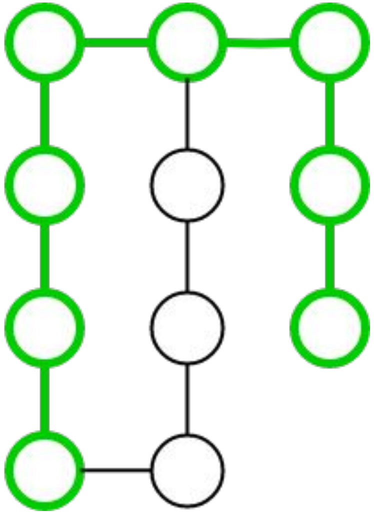
F

Définitions

Un graphe U est un **graphe universel isométrique** pour une famille de graphes F s'il contient tous les graphes de F en tant que sous-graphe isométrique.



F



Quelques propriétés complexes

Le problème de décision ***ISOGRAPH2***:

Soit **n** un entier, et **G,H** deux graphes de taille au plus **n**. Existe-t-il un graphe universel isométrique de **F**={**G,H**} possédant exactement **k** sommets ?

est NP-complet.

Quelques propriétés complexes

Le problème de décision ***ISOGRAPH2***:

Soit **n** un entier, et **G,H** deux graphes de taille au plus **n**. Existe-t-il un graphe universel isométrique de **F**={**G,H**} possédant exactement **k** sommets ?

est NP-complet.

Le problème de décision ***ISOTREE2***:

Soit **n** un entier, et **G,H** deux arbres de taille au plus **n**. Existe-t-il un graphe universel isométrique de **F**={**G,H**} possédant exactement **k** sommets ?

appartient à **P** *(algorithme en complexité n^2.5 (A. Gupta & N. Nishimura))*.

Quelques propriétés complexes

Le problème de décision ***ISOGRAPH2***:

Soit **n** un entier, et **G,H** deux graphes de taille au plus **n**. Existe-t-il un graphe universel isométrique de **F**={**G,H**} possédant exactement **k** sommets ?

est NP-complet.

Le problème de décision ***ISOTREE2***:

Soit **n** un entier, et **G,H** deux arbres de taille au plus **n**. Existe-t-il un graphe universel isométrique de **F**={**G,H**} possédant exactement **k** sommets ?

appartient à **P** *(algorithme en complexité n^2.5 (A. Gupta & N. Nishimura))*.

Soient $\mathbf{A_1}$, $\mathbf{A_2}$ deux arbres à au plus **n** sommets. Tout graphe universel isométrique minimal de **F**={$\mathbf{A_1}$,$\mathbf{A_2}$} est un arbre (en bluffant à peine).

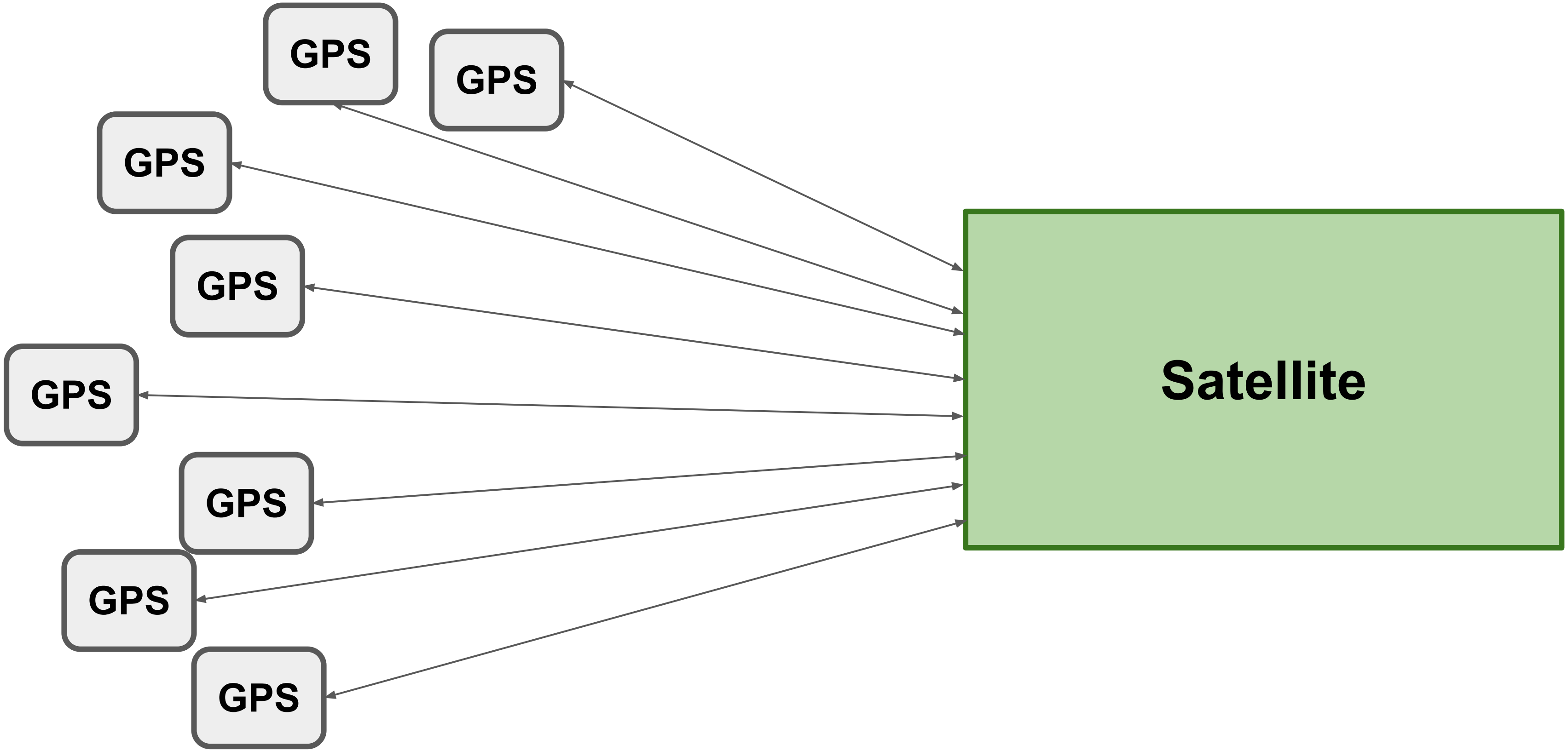
Distance labeling

Distance labeling

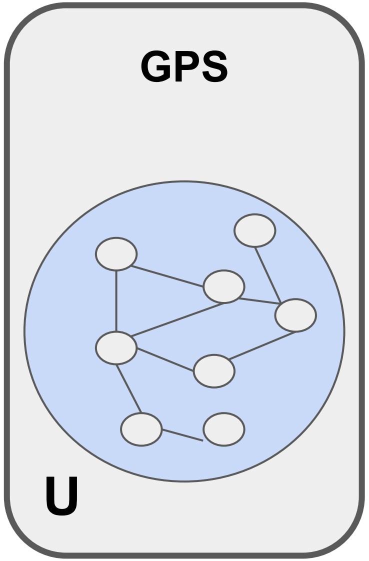
Graphe universel isométrique

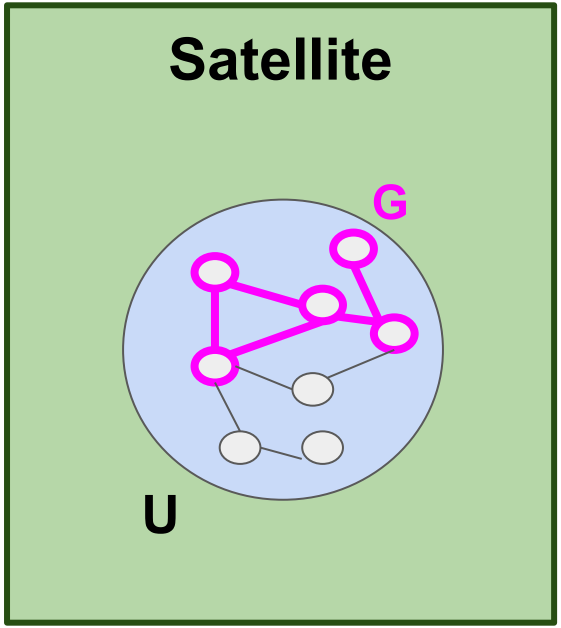
src: https://www.researchgate.net/figure/Visualization-of-the-reconstructed-graph-of-arterial-roads-covered-by-the-NDW-traffic_fig3_284914140

Distance labeling

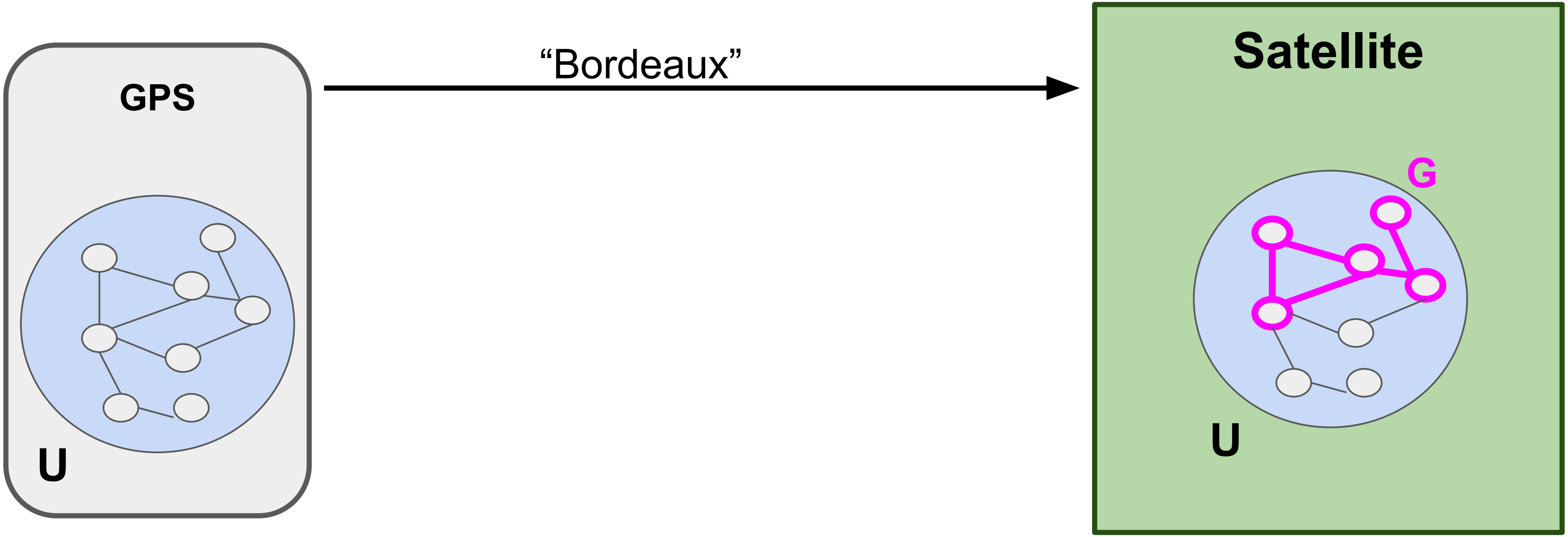


Distance labeling

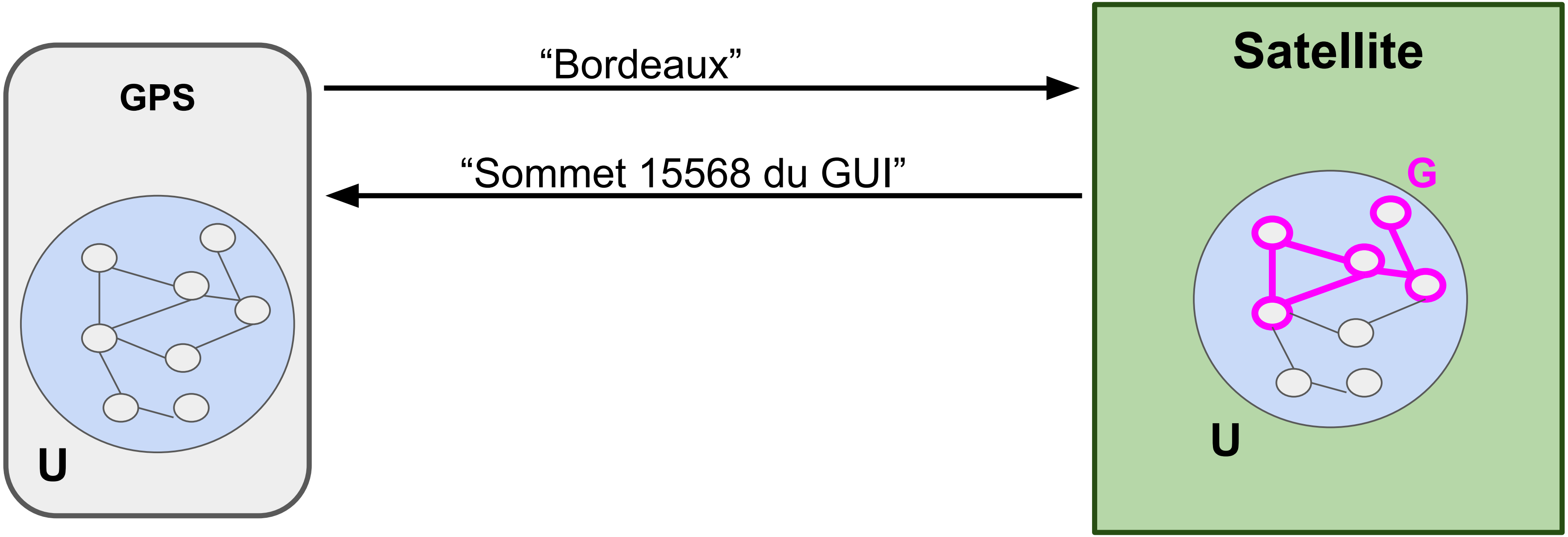




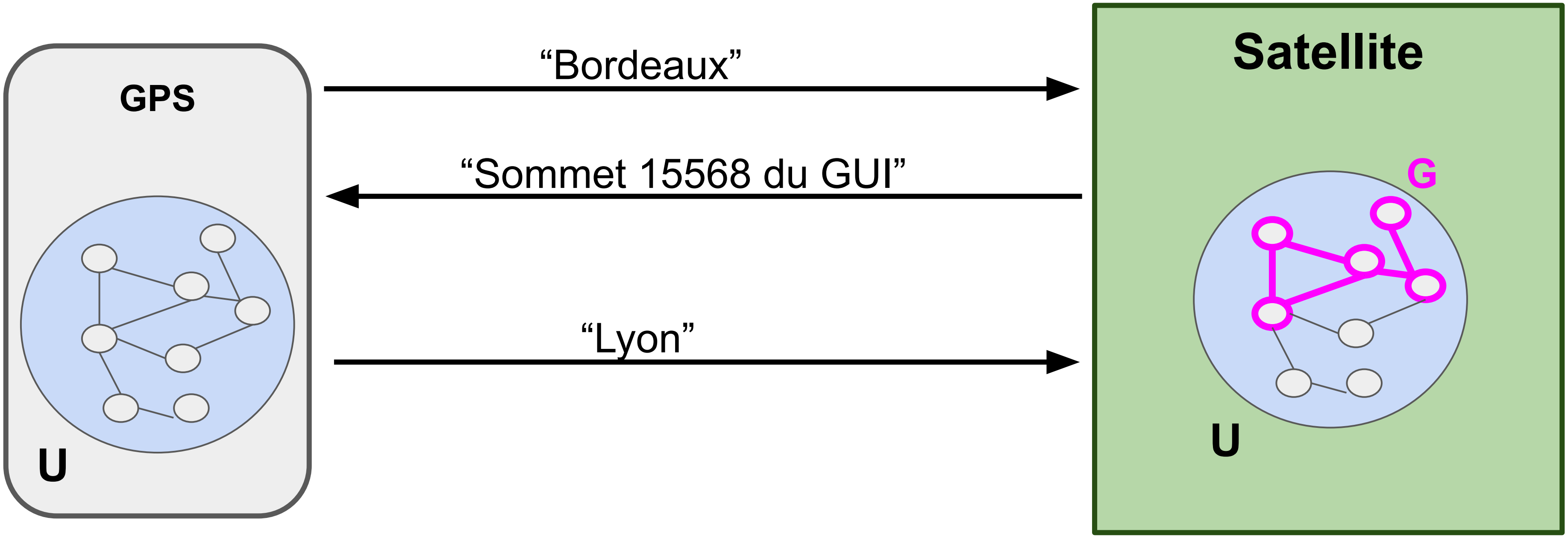
Distance labeling



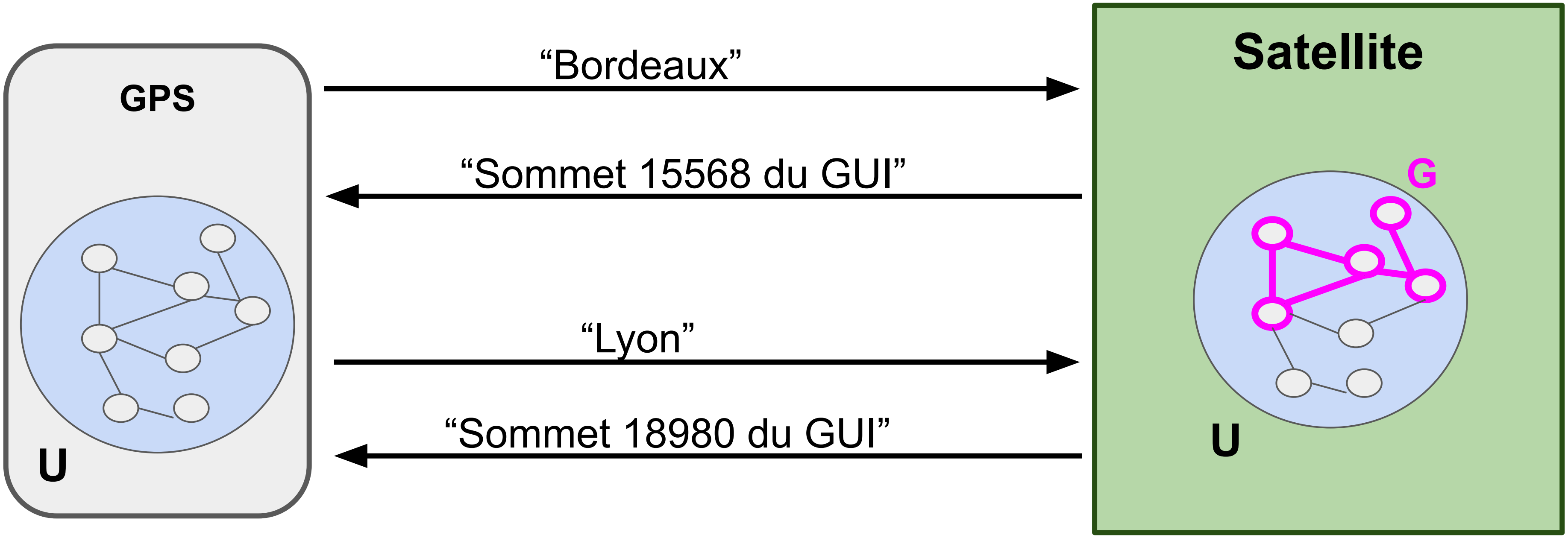
Distance labeling



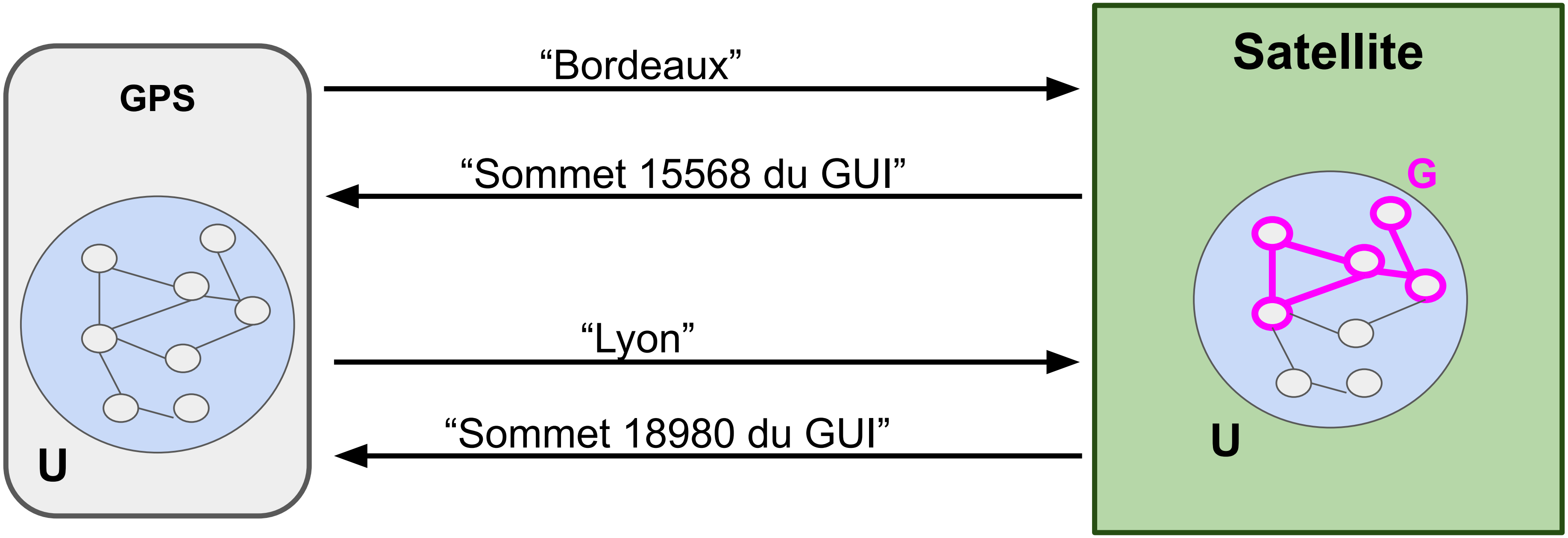
Distance labeling



Distance labeling

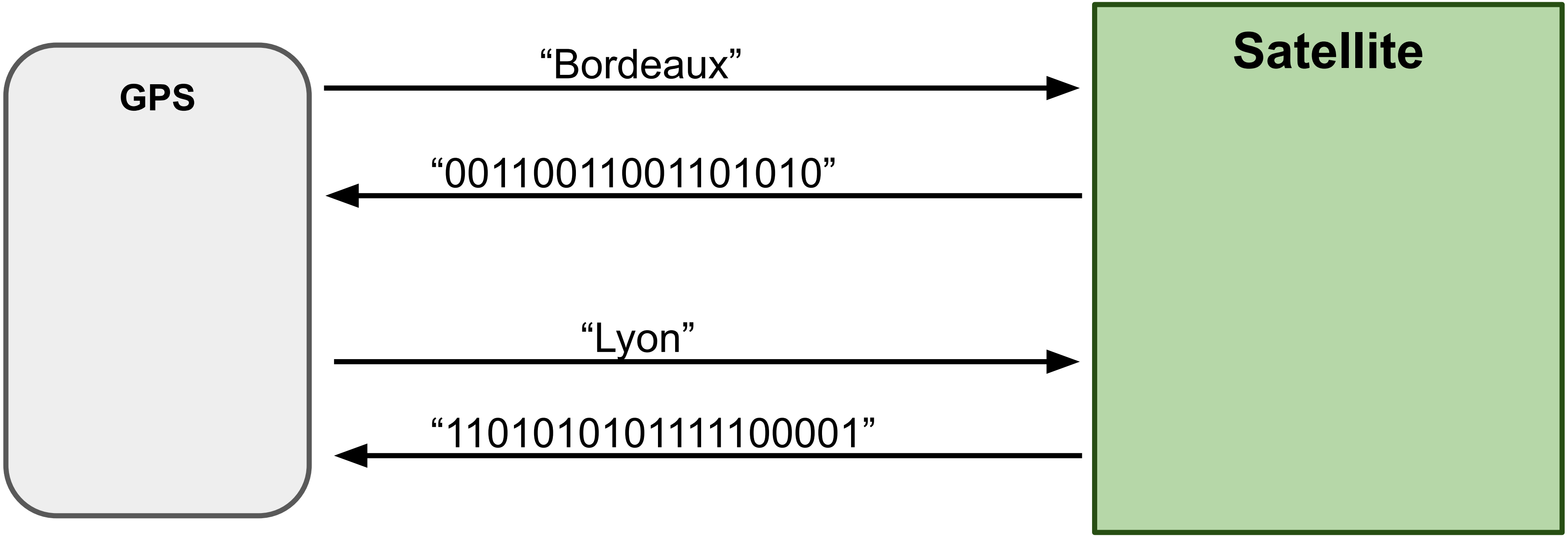


Distance labeling

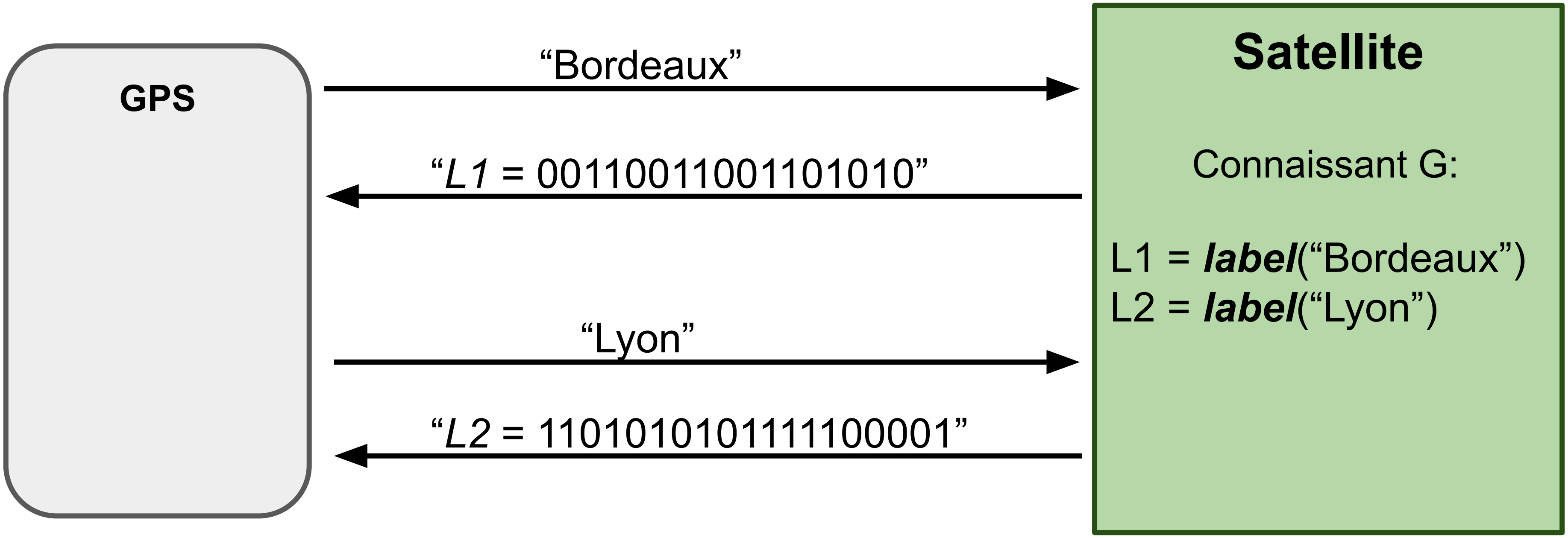


Plus de calculs *Peu de communication* *Peu de calculs*

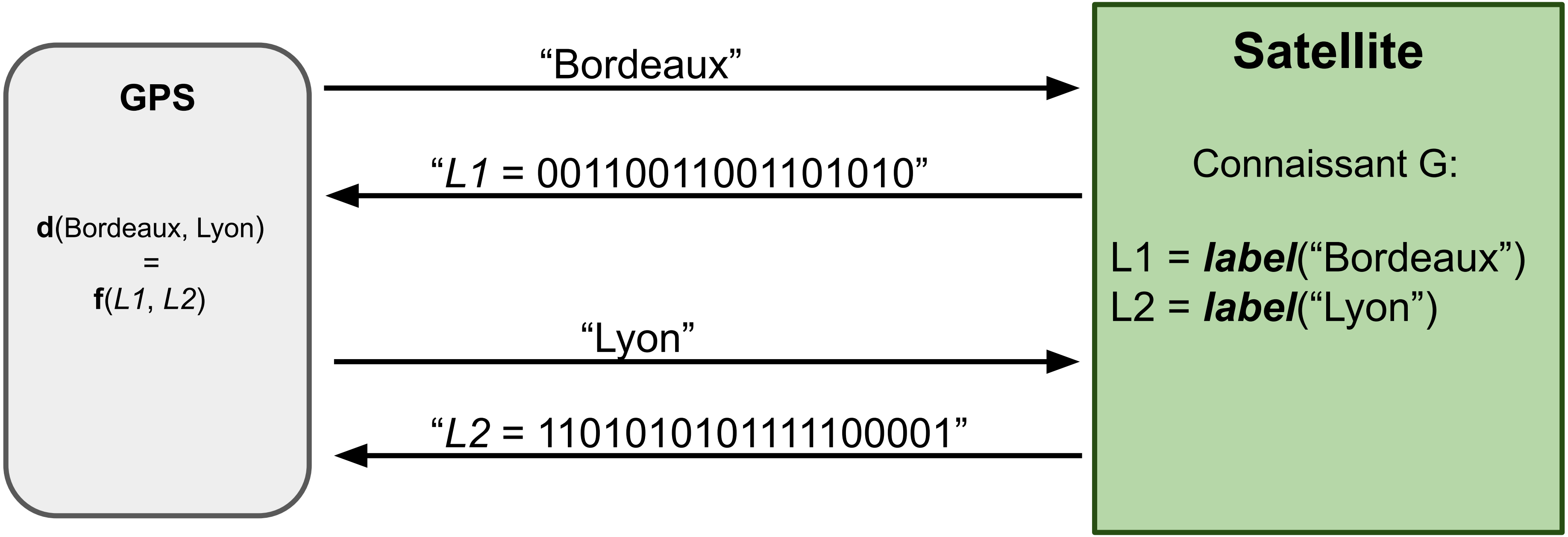
Distance labeling



Distance labeling



Distance labeling



Distance labeling

Un **distance labeling** sur **k** bits d'une famille **F** est une paire de fonctions (**f**, **d**) telle que;

Pour tout graphe **G** de **F**, et pour tout sommet **u, v** $\in$ **G**:

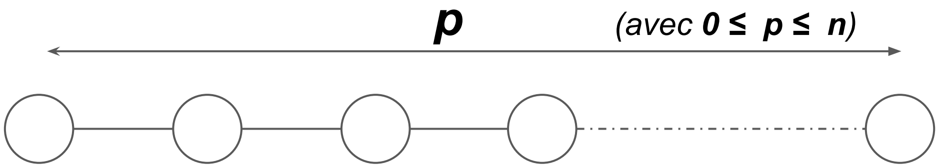
- **f**(**G**,**u**) = $\mathbf{m_u}$ et **f**(**G**,**v**) = $\mathbf{m_v}$ sont des mots binaires sur **k** bits.
- **d**($\mathbf{m_u}$, $\mathbf{m_v}$) est la distance entre **u** et **v** dans **G**.

Distance labeling

Un **distance labeling** sur **k** bits d'une famille **F** est une paire de fonctions (**f**, **d**) telle que;

Pour tout graphe **G** de **F**, et pour tout sommet **u, v**$\in$ **G**:

- **f**(**G**,**u**) = $\mathbf{m_u}$ et **f**(**G**,**v**) = $\mathbf{m_v}$ sont des mots binaires sur **k** bits.
- **d**($\mathbf{m_u}$, $\mathbf{m_v}$) est la distance entre **u** et **v** dans **G**.



Distance labeling

Un **distance labeling** sur **k** bits d'une famille **F** est une paire de fonctions (**f**, **d**) telle que;

Pour tout graphe **G** de **F**, et pour tout sommet **u, v** $\in$ **G**:

- **f**(**G**,**u**) = $\mathbf{m_u}$ et **f**(**G**,**v**) = $\mathbf{m_v}$ sont des mots binaires sur **k** bits.
- **d**($\mathbf{m_u}$, $\mathbf{m_v}$) est la distance entre **u** et **v** dans **G**.

$$\left\{ \boldsymbol{d(u,v) = | u - v |} \right\}$$

Distance labeling

Un **distance labeling** sur **k** bits d'une famille **F** est une paire de fonctions (**f**, **d**) telle que;

Pour tout graphe **G** de **F**, et pour tout sommet **u**, **v** $\in$ **G**:

- **f**(**G**,**u**) = $\mathbf{m_u}$ et **f**(**G**,**v**) = $\mathbf{m_v}$ sont des mots binaires sur **k** bits.
- **d**($\mathbf{m_u}$, $\mathbf{m_v}$) est la distance entre **u** et **v** dans **G**.

$$\left\{ d(u,v) = | u - v | \right\}$$

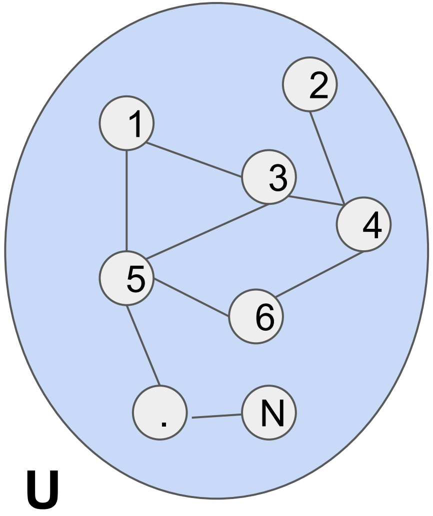
Distance labeling des chemins sur **log**(**n**) bits

Distance labeling

Un graphe universel isométrique à **N** sommets d'une famille **F** est un distance labeling sur **log**(**N**) bits de **F.**

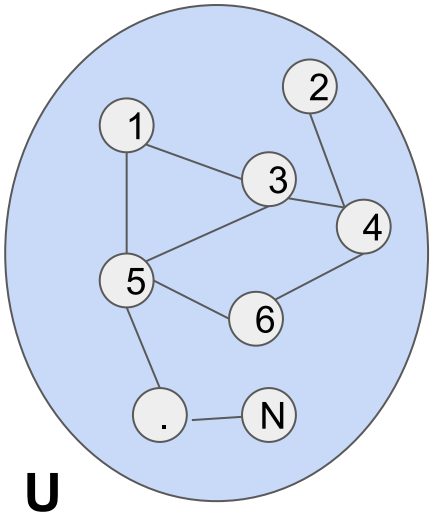
Distance labeling

Un graphe universel isométrique à **N** sommets d'une famille **F** est un distance labeling sur **log**(**N**) bits de **F.**

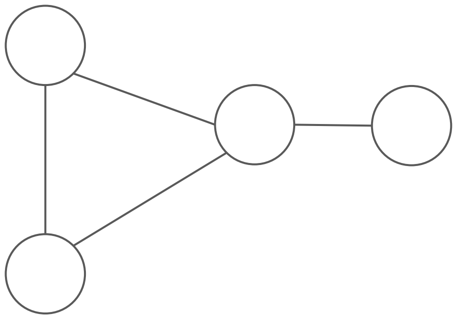


Distance labeling

Un graphe universel isométrique à **N** sommets d'une famille **F** est un distance labeling sur **log**(**N**) bits de **F.**



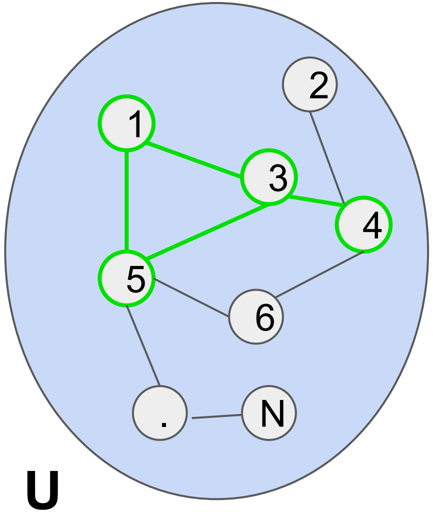
U



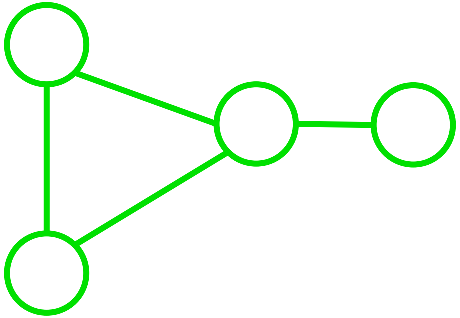
G

Distance labeling

Un graphe universel isométrique à **N** sommets d'une famille **F** est un distance labeling sur **log**(**N**) bits de **F.**

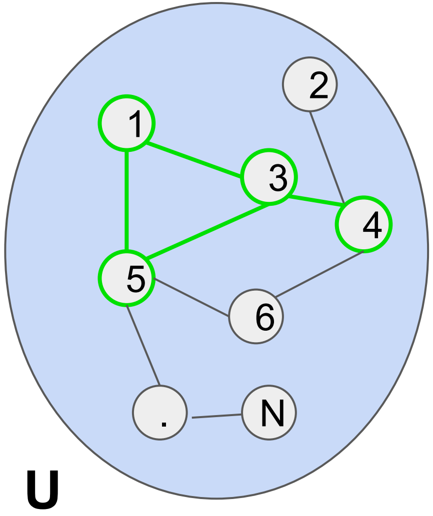


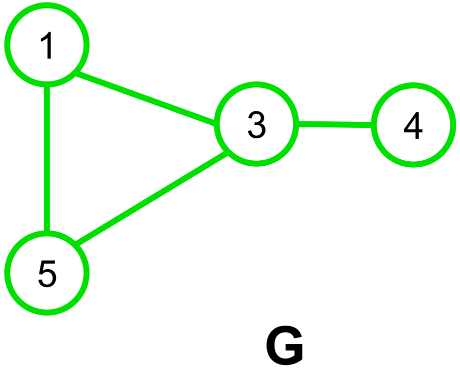
U


G

Distance labeling

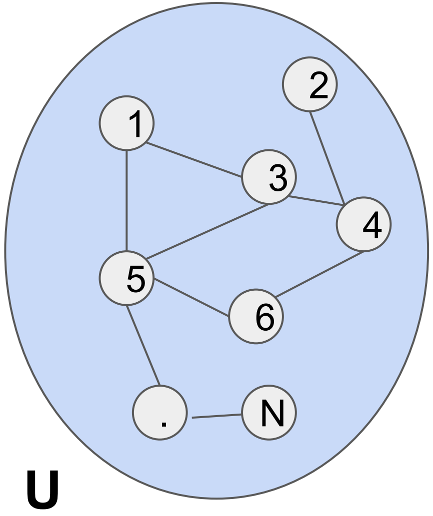
Un graphe universel isométrique à **N** sommets d'une famille **F** est un distance labeling sur **log**(**N**) bits de **F.**

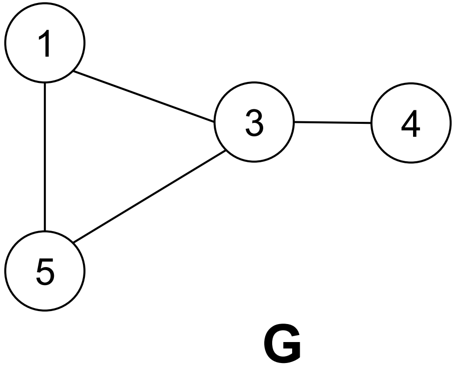




Distance labeling

Un graphe universel isométrique à **N** sommets d'une famille **F** est un distance labeling sur **log**(**N**) bits de **F**.





$$\left\{ d_G(u,v) = d_U(u,v) \right\}$$

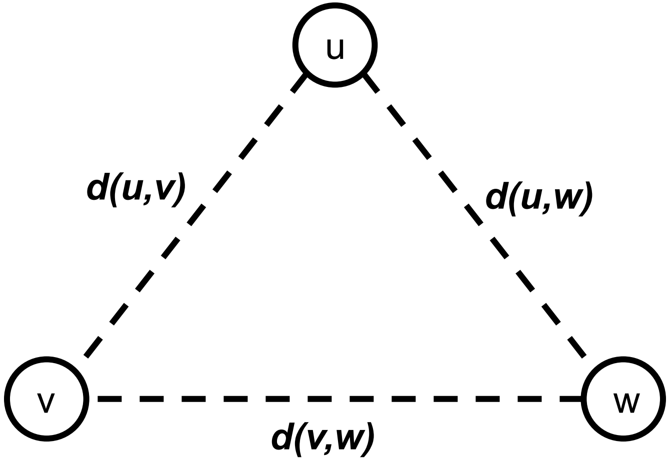
Distance labeling

Et dans l’autre sens ?

Distance labeling

Et dans l'autre sens ?

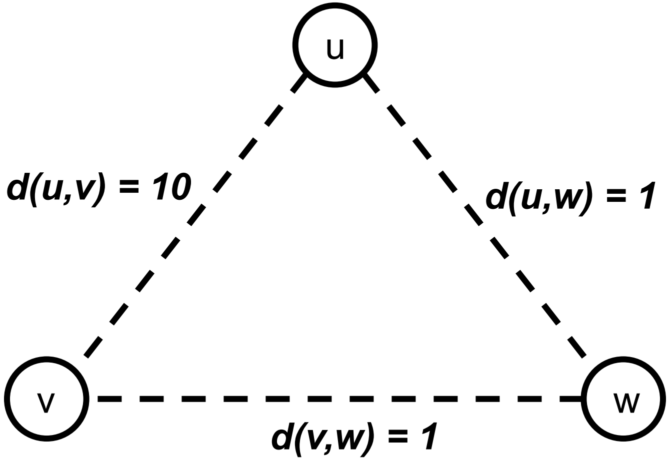
- **u,v** et **w**: des labels
- **(f,d)** un distance labeling



Distance labeling

Et dans l'autre sens ?

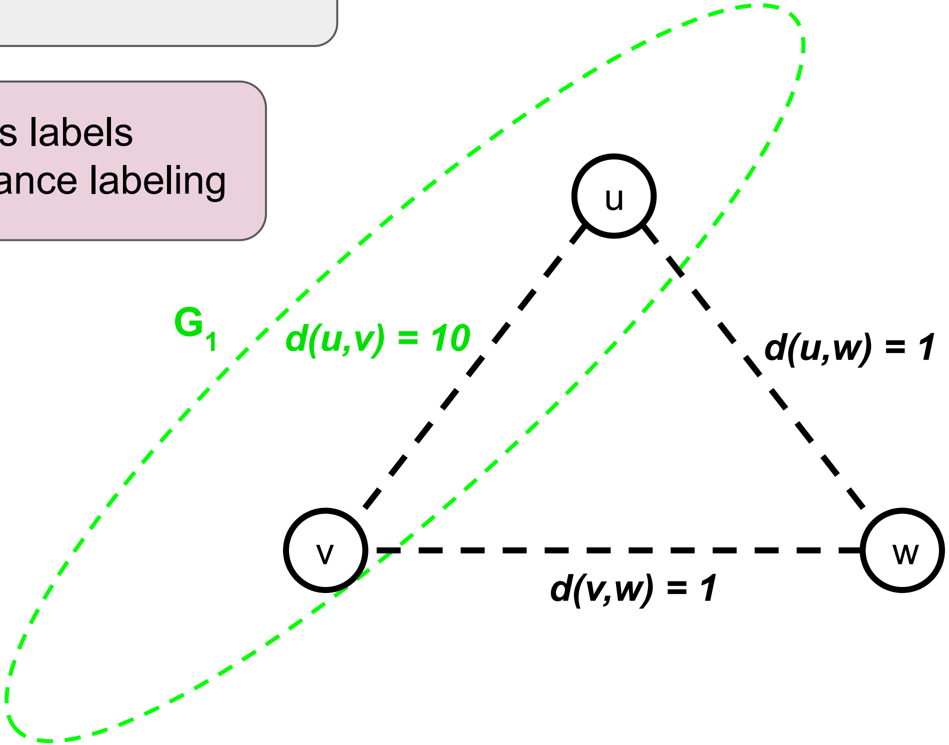
- u,v et **w**: des labels
- (f,d) un distance labeling



Distance labeling

Et dans l'autre sens ?

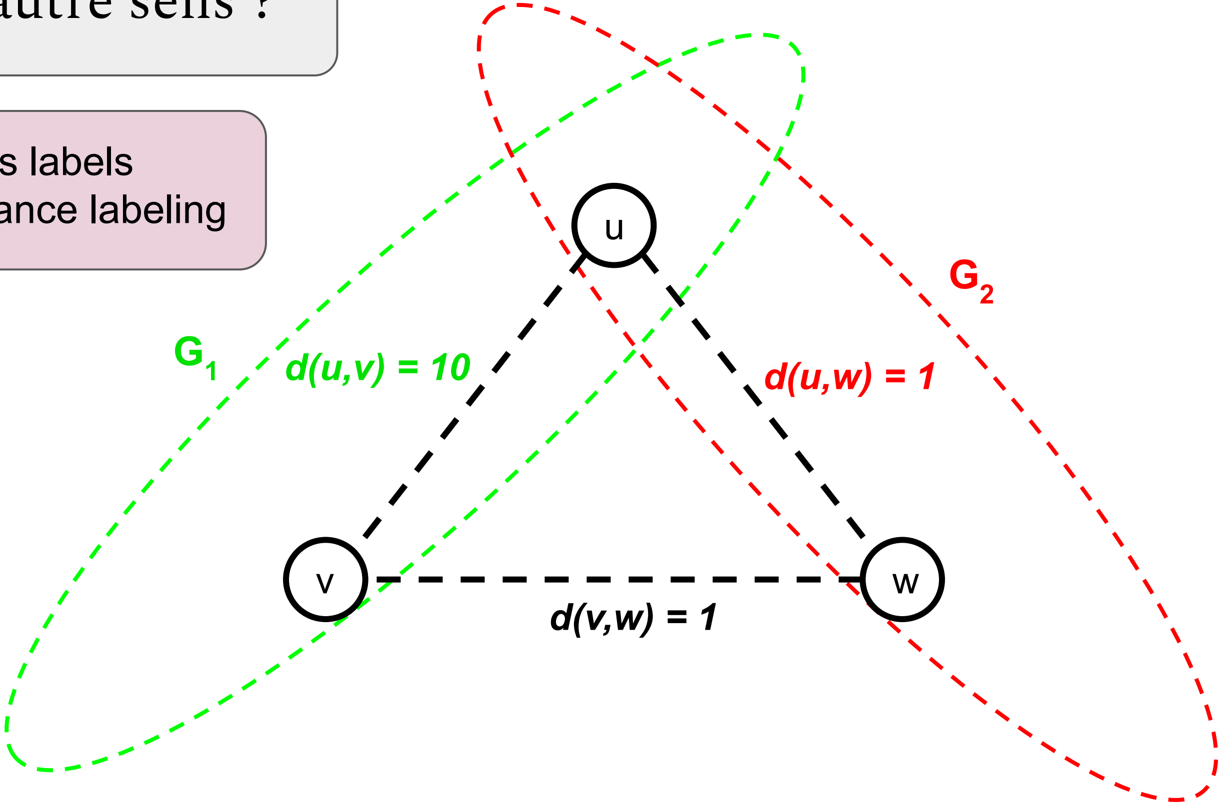
- **u,v** et **w**: des labels
- **(f,d)** un distance labeling



Distance labeling

Et dans l'autre sens ?

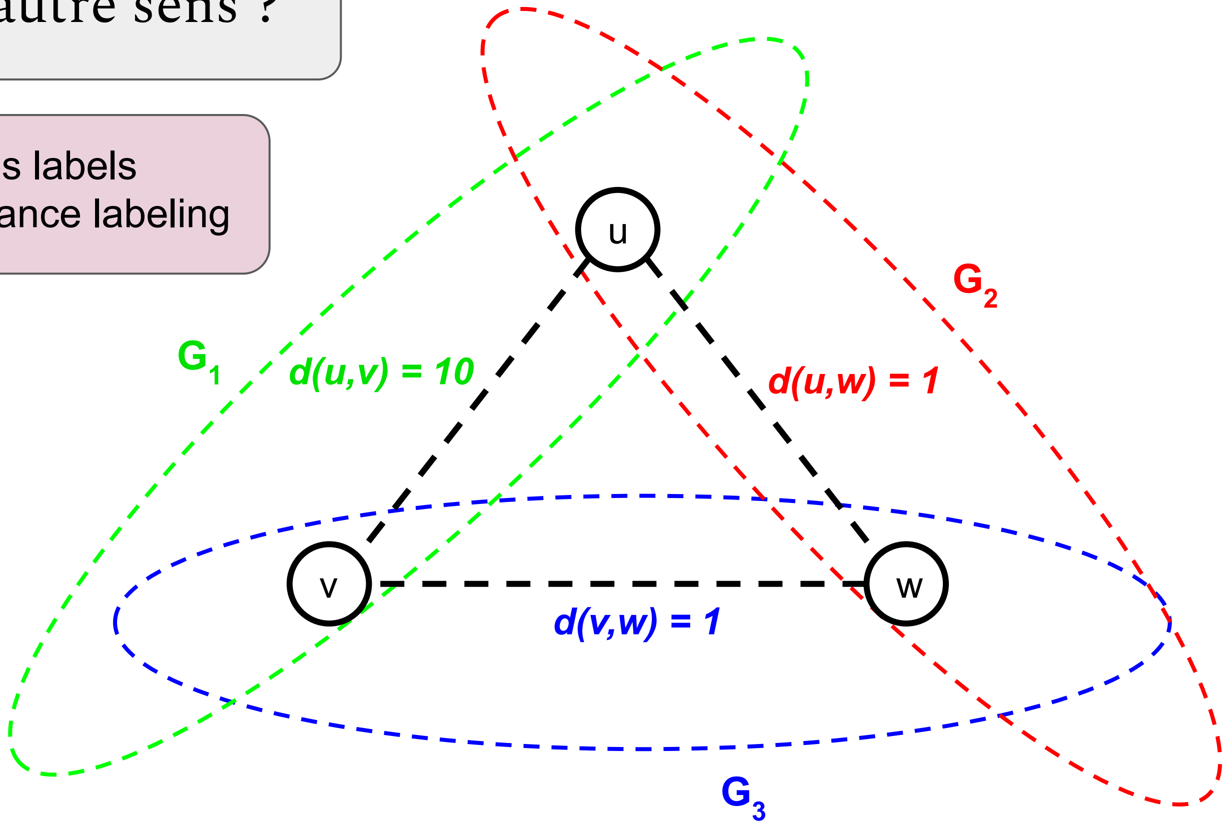
- **u**,**v** et **w**: des labels
- **(f,d)** un distance labeling



Distance labeling

Et dans l'autre sens ?

- **u,v** et **w**: des labels
- **(f,d)** un distance labeling



Distance labeling

Il existe un distance labeling sur **k** bits de **F** qui respecte *l'inégalité triangulaire.*

$\Longleftrightarrow$

Il existe un graphe universel isométrique à **2^k** sommets de **F.**

Distance labeling

Il existe un distance labeling sur **k** bits de **F** qui respecte *l'inégalité triangulaire.*

⟺

Il existe un graphe universel isométrique à **2^k** sommets de **F.**

Inégalité triangulaire pour un distance labeling (**f**,**d**): pour tout triple de labels (**u**,**v**,**w**):

$$\boldsymbol{d(u,v) \leq d(u,w) + d(w,v)}$$