

Table des matières

S. Bessy, D. Gonçalves et A. Reinald : Sous-arbres orientés dans les digraphes de grand nombre chromatique : chemins à blocs et arborescences	2
---	---

Sous-arbres orientés dans les digraphes de grand nombre chromatique : chemins à blocs et arborescences

Stéphane Bessy, Université de Montpellier, stephane.bessy@lirmm.fr
Daniel Gonçalves, Université de Montpellier, daniel.goncalves@lirmm.fr
Amadeus Reinald, Université de Montpellier, amadeus.reinald@lirmm.fr

Dans cet exposé, nous nous intéressons à des graphes orientés $D = (V, A)$, et nous notons $\chi(D)$ le nombre chromatique du graphe simple sous-jacent à D . Une conjecture célèbre de Burr [1] est la suivante :

Conjecture 1 *Pour tout entier k , si D est un digraphe tel que $\chi(D) \geq 2k - 2$, alors D contient toutes les orientations d'un arbre sur k sommets comme sous-graphe.*

La meilleure borne connue pour que D contienne tous ces arbres est $\chi(D) \geq \frac{k^2}{2} - \frac{k}{2} + 1$, par un résultat de Addario-Berry et al. [2]. Cette borne pour les arbres n'a pas été améliorée depuis, mais des bornes linéaires sont connues dans certains cas tels que les chemins à deux ou trois blocs ou les étoiles.

Nous nous intéressons à la question sous plusieurs angles. Tout d'abord, nous améliorons la borne quadratique générale d'un facteur $\frac{1}{2}$. Ensuite, nous nous intéressons aux chemins à b blocs, c'est à dire, dont les arêtes sont partitionnables en b chemins dirigés maximaux. Enfin, nous traiterons aussi le cas des arborescences.

Théorème 2 *Soit D un digraphe et $\chi(D)$ son nombre chromatique, alors :*

1. *Si $\chi(D) \geq \frac{k^2}{4} + O(k)$, alors D contient tout arbre orienté sur k sommets.*
2. *Si $\chi(D) \geq (b - 1)k$, alors D contient tout chemin sur k sommets à $b \geq 2$ blocs.*
3. *Si $\chi(D) \geq O(k^{3/2})$, alors D contient toute arborescence (sortante ou entrante) sur k sommets.*

Références

- [1] S. A. Burr, *Subtrees of directed graphs and hypergraphs*, Proceedings of the Eleventh Conference on Combinatorics, Graph Theory and Computing, Boca Raton, Congr. Numer., **28** (1980), 227–239.
- [2] Addario-Berry, Louigi, Frédéric Havet, Cláudia Linhares Sales, Bruce Reed, and Stéphan Thomassé. *Oriented Trees in Digraphs*. *Discrete Mathematics* **313**, no. 8 (April 2013) : 967–74.