Table des matières

Augmentation de l'hyperarc-connexité des hypergraphes orientés par réorientation d'hyperarcs

Moritz Mühlenthaler, G-SCOP, UGA, moritz.muhlenthaler@grenoble-inp.fr
Benjamin Peyrille, G-SCOP, UGA, benjamin.peyrille@grenoble-inp.fr
Zoltán Szigeti, G-SCOP, UGA, zoltan.szigeti@grenoble-inp.fr

Le théorème de Nash-Williams sur les orientations affirme qu'un graphe non-orienté admets une orientation k-arc-connexe si et seulement si le graphe est $2k$-arête-connexe. Récemment, Ito et al. [1] ont démontré que toute orientation d'un graphe non-orienté $2k$-arête-connexe peut être transformée en une orientation k-arc-connexe en la réorientant, un arc à la fois, sans diminuer l'arc-connexité à chaque étape, donnant une preuve algorithmique du théorème de Nash-Williams. De plus, il est possible de trouver les arcs à réorienter en temps polynomial. Ce résultat implique qu'il est possible de reconfigurer n'importe quelle orientation $(k-1)$-arc-connexe d'un graphe $2k$-arête-connexe vers n'importe quelle autre sans jamais diminuer l'arc-connexité en dessous de $(k-1)$.

Nous généralisons leurs résultats aux hypergraphes et par la même occasion nous donnons une preuve algorithmique de la charactérisation des hypergraphes admettant une orientation k-hyperarc-connexe, originellement donnée par Frank et al. [2].

Nous montrons que n'importe quelle orientation d'un hypergraphe (k, k)-partition-connexe peut être transformée en une orientation k-hyperarc-connexe en la réorientant, un hyperarc à la fois, sans diminuer l'hyperarc-connexité à chaque étape. Cette transformation peut être calculée en temps polynomial et ainsi on obtient le premier algorithme efficace (à notre connaissance) pour calculer une orientation k-hyperarc-connexe d'un hypergraphe si une existe.

Références

[1] T. Ito, Y. Iwamasa, K .Yuni, N. Kakimura, N. Kamiyama, Y. Kobayashi, S. Maezawai, Y. Nozaki, Y. Okamoto and K. Ozeki, *Monotone edge flips to an orientation of maximum edge-connectivity à la Nash-Williams*, ACM Transactions on Algorithms (TALG) (2023), 19(1).

[2] A. Frank, T. Király and Z. Király, *On the orientation of graphs and hypergraphs*, Discrete Applied Mathematics, 131(2) :385–400, 2003.