Table des matières

Certification locale de propriétés locales

Nicolas Bousquet, LIRIS, Université Lyon 1, CNRS nicolas.bousquet@univ-lyon1.fr

Laurent Feuilloley, LIRIS, Université Lyon 1, CNRS laurent.feuilloley@univ-lyon1.fr

Sébastien Zeitoun, LIRIS, Université Lyon 1 sebastien.zeitoun@univ-lyon1.fr

La certification locale consiste à donner des informations (appelés *certificats*) aux sommets d'un graphe pour les aider à décider d'une propriété (globale) du graphe. Pour prendre sa décision, chaque sommet ne dispose que d'une vue locale, qui consiste en son voisinage à un rayon fixé, ainsi que les certificats des sommets dans ce voisinage. On dit que le graphe est *globalement accepté* avec une certaine assignation de certificats lorsque chaque sommet accepte.

Nous nous intéressons à la quantité minimale d'informations permettant de certifier une propriété donnée. Pour une propriété $\mathcal{P}$, on dit qu'il existe une certification locale de taille s pour certifier $\mathcal{P}$ (où s peut être une fonction de paramètres du graphe tel que le nombre de sommets n) si la propriété suivante est vérifiée : un graphe G vérifie $\mathcal{P}$ si et seulement s'il existe une assignation de certificats aux sommets de G dans $\{0, \ldots, 2^s - 1\}$ tel que G soit accepté. Ici, nous nous sommes intéressés plus particulièrement à la certification de propriétés *locales*, c'est-à-dire pour lesquelles la taille des certificats ne dépend pas du nombre de sommets n. Un exemple est celui de la coloration : pour certifier qu'un graphe est k-colorable, on peut donner à chaque sommet sa couleur dans une k-coloration correcte comme certificat. Chaque sommet vérifie qu'il a bien un certificat différent de celui de tous ses voisins. Cette certification triviale utilise $\log k$ bits. Nous montrons que c'est optimal si les sommets ont une vue à distance 1. Nous montrons aussi que, plus généralement, $O(\log k/d)$ bits sont nécessaires si les sommets voient à distance $d \geqslant 1$.

Nous nous sommes également intéressés à la certification d'un ensemble dominant à distance t fixée, et à l'existance d'un couplage parfait dans le graphe. Pour ces propriétés, nous donnons des bornes optimales qui dépendent soit de paramètres du problème (t pour la première) soit de paramètres du graphe autres que le nombre de sommets (Δ, le degré maximum, pour la seconde).