Table des matières

Détection de motifs dans les graphes ordonnés

Ducoffe Guillaume, University of Bucharest, Romania, guillaume.ducoffe@ici.ro
Feuilloley Laurent, LIRIS, Université Lyon 1, laurent.feuilloley@univ-lyon1.fr
Habib Michel, IRIF, Université Paris Cité, habib@irif.fr
Pitois François, LIRIS, Université Lyon 1, francois.pitois@univ-lyon1.fr

Une façon courante de caractériser un graphe est par le biais de sous-graphes ou de mineurs interdits. Ces caractérisations jouent un rôle central en théorie des graphes, mais ne donnent pas lieu à des algorithmes de reconnaissance efficaces. À l'inverse, de nombreuses classes de graphes peuvent être reconnues efficacement grâce à une caractérisation d'un autre genre : il faut qu'il existe un ordre des sommets tel qu'un motif n'apparaissent pas, où un motif est un sous-graphe ordonné. On s'intéresse alors à la question suivante :

Étant donné un motif de taille k fixé, quelle est la meilleure complexité d'un algorithme qui prend en argument un graphe ordonné de taille n et qui donne en sortie si oui ou non ce motif apparait dans ce graphe ?

D'après nos connaissance, cette question n'a jamais été étudiée en détail. Nous prouvons que quasiment tous les motifs à 3 sommets peuvent être détectés en temps linéaire, tandis que les motifs à 4 sommets nécessitent au moins un temps quadratique. Nous nous intéressons également à la reconnaissance de plusieurs motifs simultanément : étant donné un graphe ordonné G de taille n, quelle est la meilleure complexité pour savoir si au moins un motif d'un ensemble de motifs est présent dans G ? Dans le cas où il y a au moins 2 motifs et qu'ils sont tous de taille 3, nous montrons qu'il existe un algorithme linéaire pour répondre à cette question. Cela est assez contre-intuitif, puisque dans le cas d'un seul motif à 3 sommets, il n'est pas toujours possible d'atteindre une complexité linéaire. Enfin, nous définissons un paramètre, la *merge-width*, et nous montrons qu'un motif de *merge-width* t peut être détecté en temps $O(n^{f(t)})$. Cette borne est applicable directement aux motifs planaires extérieurs, pour lesquels nous prouvons qu'ils ont une *merge-width* de 2.

Références

[1] Guillaume Ducoffe, Laurent Feuilloley, Michel Habib, and François Pitois, *Pattern detection in ordered graphs*, arXiv preprint arXiv:2302.11619 (2023).