

Table des matières

É. Colin de Verdière, Vincent Despré et Loïc Dubois : Décroiser des graphes sur des surfaces	2
---	---

Décroiser des graphes sur des surfaces

Éric Colin de Verdière, LIGM, CNRS, Université Gustave Eiffel, Marne-la-Vallée, eric.colin-de-verdiere@univ-eiffel.fr

Vincent Despré, Université de Lorraine, CNRS, Inria, LORIA, Nancy, vincent.despre@inria.fr

Loïc Dubois, LIGM, Université Gustave Eiffel, CNRS, Marne-la-Vallée, loic.dubois@univ-eiffel.fr

Prenons un graphe dessiné sur une surface (par exemple, le plan privé d'un nombre fini de points servant d'obstacles), possiblement avec des croisements. Nous fournissons un algorithme pour décider si un tel dessin est décroisable, c'est à dire s'il est possible de faire glisser les sommets et les arêtes du graphe sur la surface (en évitant les obstacles) afin d'éliminer tous les croisements ; en d'autres mots, si le dessin est homotope à un plongement. Le problème se résume à un test de planarité lorsque la surface est la sphère ou le disque (de façon équivalente, le plan sans obstacle) mais les autres cas n'ont jamais été étudiés auparavant, à l'exception du cas où le graphe d'entrée est un cycle, pour lequel on trouvera une littérature abondante en topologie, et même plus récemment un algorithme quasi-linéaire de Despré et Lazarus.

Notre algorithme termine en temps $O(m + \text{poly}(g + b)n \log n)$, où $g \geq 0$ et $b \geq 0$ sont le genre et le nombre de bords de la surface orientable S et où n est la taille du dessin, dessin qui est réalisé sur un autre graphe de taille m cellulièrement plongé sur S . Nous utilisons différentes techniques de la topologie algorithmique en dimension deux et de la théorie des surfaces hyperboliques. Nous introduisons les triangulations réduisantes, un nouvel analogue discret des surfaces hyperboliques dans l'esprit des systèmes de quads de Lazarus et Rivaud, et de Erickson et Whittlesey, qui ont le bénéfice supplémentaire d'admettre des chemins réduits à la fois uniques et stables par passage à l'inverse ; ces triangulations sont un apport indépendant du papier. De fines structures de données sont nécessaires pour réaliser certains tests d'homotopie sur ces triangulations. Nous utilisons comme routine essentielle un algorithme de Akitaya, Fulek et Tóth.