Table des matières

Complexité de l'énumération des séparateurs minimaux pour l'inclusion

Caroline Brosse, LIMOS, Université Clermont Auvergne, caroline.brosse@uca.fr
Oscar Defrain, LIS, Aix-Marseille Université, oscar.defrain@lis-lab.fr
Kazuhiro Kurita, Université de Nagoya, Aichi, Japon
Vincent Limouzy, LIMOS, Université Clermont Auvergne, vincent.limouzy@uca.fr
Takeaki Uno, NII, Tokyo, Japon
Kunihiro Wasa, Université de Hosei, Tokyo, Japon

Un séparateur d'un graphe est un ensemble de sommets qui, s'il est supprimé, déconnecte le graphe. Nous nous intéressons ici aux séparateurs minimaux pour l'inclusion, c'est-à-dire tels que tout sous-ensemble strict ne déconnecte pas le graphe. Plus particulièrement, on cherche à savoir s'il est possible de générer efficacement la liste de tous les séparateurs minimimaux pour l'inclusion d'un graphe donné. Un algorithme résolvant ce problème rapidement serait d'un grand intérêt pratique pour le calcul de paramètres de graphes liés à la décomposition arborescente (*treewidth* ou *treedepth*), en témoigne l'édition 2020 du challenge PACE dédiée au calcul de la *treedepth.*

Dans un graphe quelconque, il peut y avoir un grand nombre de séparateurs minimaux pour l'inclusion, et même un nombre exponentiel en la taille du graphe. Mesurer l'efficacité en termes de la taille de l'entrée seulement conduit donc naturellement à construire un algorithme exponentiel. Cependant, afin de mesurer un peu plus finement l'efficacité d'un algorithme d'énumération, on peut prendre en compte le nombre de solutions à retourner. Ainsi, nous cherchons à savoir s'il est possible de générer tous les séparateurs minimaux pour l'inclusion en un temps qui dépend polynomialement à la fois de la taille de l'entrée et du nombre de solutions. Cette question a été laissée ouverte par Kloks et Kratsch en 1998, et nous lui donnons à présent une réponse négative [1]. À l'aide d'une réduction polynomiale à un problème de satisfiabilité, nous montrons le théorème suivant.

Théorème 1 ([1]) *Si* $\mathsf{P} \neq \mathsf{NP}$*, il n'existe pas d'algorithme permettant d'énumérer les séparateurs minimaux pour l'inclusion d'un graphe en temps polynomial en la taille de l'entrée et en le nombre de solutions.*

Références

[1] C. Brosse, O. Defrain, K. Kurita, V. Limouzy, T. Uno et K. Wasa, *On the hardness of inclusion-wise minimal separators enumeration*, arXiv preprint `arXiv:2308.15444`, 2023.