

Table des matières

Dujmović, Hickingbotham, Hodor, Joret, La, Micek, Morin, Rambaud, Wood : Le théorème du mineur grille revisité	2
---	---

Le théorème du mineur grille revisité

Vida Dujmović, University of Ottawa, Ottawa, Canada
Robert Hickingbotham, Monash University, Melbourne, Australia
Jędrzej Hodor, Jagiellonian University, Kraków, Poland
Gwenaël Joret, Université libre de Bruxelles, Belgium
Hoang La, Jagiellonian University, Kraków, Poland
Piotr Micek, Jagiellonian University, Kraków, Poland
Pat Morin, Carleton University, Ottawa, Canada
Clément Rambaud, Université Côte d’Azur, I3S, INRIA, Sophia Antipolis, clement.rambaud@inria.fr
David R. Wood, Monash University, Melbourne, Australia

Le théorème du mineur grille, démontré par Robertson et Seymour [1], affirme que pour tout graphe planaire X , il existe une constante c telle que tout graphe excluant X comme mineur a treewidth au plus c . Nous montrons le résultat suivant, qui améliore qualitativement ce théorème.

Théorème 1 *Pour tout graphe planaire X , il existe un entier c tel que pour tout graphe G dont X n’est pas mineur, il existe un graphe H de treewidth au plus $2^{\text{td}(X)+1} - 4$ tel que $G \subseteq H \boxtimes K_c$.*

De plus, la treedepth (notée td) est le bon paramètre dans le sens suivant. Si h, c sont des entiers tel que tout graphe dont X n’est pas mineur est sous-graphe de $H \boxtimes K_c$ pour un graphe H de treewidth au plus h , alors $h \geq \text{td}(X) - 2$.

Nous démontrons également par une méthode similaire la borne suivante sur les weak coloring numbers.

Théorème 2 *Il existe une fonction g telle que pour tout graphe X , il existe un entier c tel que pour tout graphe G dont X n’est pas mineur, et pour tout entier positif r ,*

$$\text{wcol}_r(G) \leq c \cdot r^{g(\text{td}(X))}.$$

Références

- [1] Neil Robertson and Paul Seymour. Graph minors. V. Excluding a planar graph. *J. Combin. Theory, Series B*, 41(1) :92–114, 1986.
- [2] Vida Dujmović, Robert Hickingbotham, Jędrzej Hodor, Gwenaël Joret, Hoang La, Piotr Micek, Pat Morin, Clément Rambaud, and David R. Wood. The grid-minor theorem revisited. *arXiv preprint arXiv :2307.02816*, 2023.