

## Table des matières

A. Baril, A. Castillon et N. Oijid : Complexité paramétrée de relaxations non-héréditaires de CLIQUE	2
--	---

# Complexité paramétrée de relaxations non-héréditaires de CLIQUE

Ambroise Baril, LORIA, Université de Lorraine [ambroise.baril@loria.fr](mailto:ambroise.baril@loria.fr)

Antoine Castillon, CRISTAL, Université de Lille, LIRIS, Université Lyon 1 [antoine.castillon@univ-lille.fr](mailto:antoine.castillon@univ-lille.fr)

Nacim Oijid, LIRIS, Université Lyon 1, [nacim.oijid@univ-lyon1.fr](mailto:nacim.oijid@univ-lyon1.fr)

Pour formaliser la notion de “clusters” dans un graphe, définir ces derniers comme des cliques semble trop restrictif, bien que très naturel. Nous envisagerons par conséquent deux relaxations :

1. Une relaxation par les distances via la notion de *s-club*, c’est-à-dire de sous-graphe induit de diamètre au plus  $s$  avec  $s \geq 1$ .
2. Une relaxation par les degrés via la notion de  *$\gamma$ -complete subgraph*, c’est-à-dire de sous-graphe induit où tout sommet a une proportion au moins  $\gamma$  de voisins parmi les autres sommets (avec  $\gamma \in ]0, 1[$  rationnel).

Les problèmes de décision *s-CLUB* et  *$\gamma$ -COMPLETE SUBGRAPH* associés sont des relaxations du problème CLIQUE au sens où ce dernier se confond avec *1-CLUB* et *1-COMPLETE SUBGRAPH*.

Bien que la complexité paramétrée de plusieurs autres relaxations de CLIQUE soit déjà connue, l’étude de *s-CLUB* et  *$\gamma$ -COMPLETE SUBGRAPH* est en pratique entravée par la non-hérédité des classes des *s-clubs* et des  *$\gamma$ -complete subgraphs* : ces classes ne sont pas stables par sous-graphes induits. De ce fait, leurs complexités paramétrées sont longtemps restées inexplorées.

Nous présenterons deux de nos réductions qui résolvent cette difficulté. En plus de contribuer à créer des méthodes de réduction vers des problèmes non-héréditaire, les résultats de difficulté qui en découlent permettent de répondre à des questions explicitement ouvertes dans la littérature [1].

**Théorème 1** *Pour tout  $s \geq 3$  impair,  $s$ -CLUB est NP-complet même sur les graphes 3-dégénérés (et même sur les graphes 2-dégénérés si  $s \geq 5$ ).*

**Théorème 2** *Pour tout rationnel  $\gamma \in ]0, 1[$ ,  $\gamma$ -COMPLETE SUBGRAPH est W[1]-difficile paramétré par  $\ell = n - k$  (avec  $n$  la taille du graphe et  $k$  la taille minimale du sous-graphe recherché).*

## Références

- [1] Komusiewicz, Christian, *Multivariate algorithmics for finding cohesive subnetworks*, Algorithms